LA TEORÍA DE JUEGOS (TJ)

•La TJ ayuda a modelizar el *comportamiento estratégico* de agentes que entienden que sus acciones afectan las acciones de otros agentes y tienen esto en cuenta.

•Es esta interacción entre los individuos, que se comportan así a propósito, lo que hace las decisiones estratégicas diferente de otro tipo de decisiones.

•La interdependencia entre los individuos es la esencia de un juego:

- •Dos emisoras locales de televisión fijando sus tarifas de publicidad.
- •El SEPLA y una compañía aérea negociando el nuevo convenio laboral.
- •Un médico fijando una oferta monetaria en un acuerdo extrajudicial con un paciente.
- •Los miembros de una comisión del Parlamento debatiendo las enmiendas previas al debate en Pleno.
- •El estudio de las externalidades: uso de los recursos comunes (pesquerías).

LA TEORÍA DE JUEGOS. ALGUNOS CONCEPTOS

- El primer elemento es describir el juego en términos de la TJ y buscar su solución.
- Un juego consiste en:
  - Un conjunto de jugadores.
  - Un conjunto de estrategias para cada jugador.
    - Puras o mixtas. En las primeras no existe incertidumbre o aleatoriedad. En las segundas se recoge la incertidumbre de un jugador sobre lo que otro puede hacer.
  - Los resultados (cambio en el bienestar de los jugadores) para cada jugador de la elección de cada posible estrategia. Lo representamos en la llamada matriz de resultados.
- Los juegos pueden ser estáticos (un solo periodo): no se recogen interacciones futuras o dinámicos (multiperiodo) y con información completa (la función de resultados es conocida por todos) o incompleta (algún jugador desconoce la función de resultados de otro jugador).

LA TEORÍA DE JUEGOS. Un ejemplo

•Dos compañías que tienen una concesión por dos años sobre unos terrenos adyacentes en los que existe un yacimiento con 4 millones de barriles de petróleo y un valor de mercado de 80 millones de euros.

•Las compañías tienen que decidir el tamaño de los pozos que usaran. Uno ancho cuesta 29 millones y puede extraer el petróleo a una tasa de 6 millones de barriles al año o uno estrecho que cuesta 16 millones pero la tasa de extracción es de 2 millones al año.

•El coste de bombeo del petróleo es de 5 euros por barril una vez extraído.

•Puesto que ambas empresas extraen la misma bolsa de petróleo, la cantidad que cada una extrae depende del tamaño relativo de sus pozos, Si sus pozos son iguales, cada una extrae 2 millones de barriles, pero si una excava un pozo estrecho y la otra ancho, la primera extraerá 1 millón de barriles y la segunda 3 millones de barriles.

LA TEORÍA DE JUEGOS. Un ejemplo

Ingresos y costes para las empresas

	Ancho, Ancho	Estrecho, Estrecho	Estrecho, Ancho	
Coste de perforar	29	16	16	29
Coste de bombeo	10	10	5	15
Coste total	39	26	21	44
Ingreso	40	40	20	60
Beneficio	1	14	-1	16

LA TEORÍA DE JUEGOS. Un ejemplo

Matriz de resultados

		Compañía B	
		Estrecho	*Ancho*
Compañía A	*Estrecho*	(14, 14)	(-1, 16)
	Ancho	(16, -1)	(1, 1)

Resultados: (Compañía A, Compañía B)

Equilibrio de estrategia dominante: {*Ancho, Ancho*}

•Cada jugador tiene una estrategia óptima independientemente de lo que haga el otro.
•Solución si el juego es no cooperativo. NO MAX. π ¿Hay una situación mejor?

LA TEORÍA DE JUEGOS. El equilibrio de Nash

•Los equilibrios de estrategia dominante no se producen siempre.

•Definimos entonces un criterio menos exigente: Un par de estrategias es un equilibrio de Nash si la elección de un jugador A es optima (la mejor respuesta) dada la del jugador B y la de B es optima dada la de A. Se dice que es estratégicamente estable o autoimpuesta (*self-confirming, self-enforcing*) puesto que la elección de cada individuo, cuando el otro revela su elección, es invariable (ninguno de los dos quiere cambiar de conducta).

• Es el equilibrio de los modelos simples de un solo periodo. Dado el conjunto de empresas, ninguna tiene incentivos a cambiar de estrategia, no puede mejorar sus resultados con una estrategia distinta.

http://nobelprize.org/nobel_prizes/economics/laureates/1994/nash-autobio.html

• Sin embargo, el concepto de equilibrio de Nash, presenta ciertos problemas:

- •En muchas ocasiones, no es un equilibrio único.
- •Existen juegos en los que no hay un equilibrio de Nash si nos limitamos a estrategias puras.
- •No conduce necesariamente a situaciones eficientes en el sentido de Pareto.

Estrategias Mixtas

		B	
		L	**R**
A	**U**	**(1,2)**	**(0,4)**
	D	**(0,5)**	**(3,2)**

Este juego no tiene EN en estrategias puras, pero lo tiene en estrategias mixtas. ¿Cómo se calcula?.

Estrategias Mixtas

- En lugar de jugar Up o Down, A selecciona una distribución de probabilidad (π_U,1-π_U), con prob. π_U A jugará Up y con prob. 1-π_U jugará Down.
- A tiene una **estrategia mixta** de las estrategias puras Up y Down.
- **La distribución de probabilidad (π_U,1-π_U) es una estrategia mixta para** A.
- Decimos que hay **incertidumbre endógena** en el juego. Se da cuando la solución al juego implica incertidumbre de un jugador respecto a lo que harán el resto de los jugadores.

Estrategias Mixtas

- De igual forma, B selecciona una distribución de probabilidad (π_L,1-π_L), con prob. π_L B jugará Left y con prob. 1-π_L jugará Right.
- B tiene una **estrategia mixta** de las estrategias puras Left y Right.
- **La distribución de probabilidad (π_L,1-π_L) es una estrategia mixta para** B.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

¿Cuál es el VE de A al elegir la estrategia Up?

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

π_L.

¿Cuál es el VE de A al elegir la estrategia Down?

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

π_L.
$3(1 - \pi_L)$.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

Si $\pi_L > 3(1 - \pi_L)$ A elegirá sólo Up, pero no hay EN en el que A elija sólo Up.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

Si $\pi_L < 3(1 - \pi_L)$ A elegirá sólo Down, pero no hay EN en el que A elija sólo Down.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, π_L	**R,** $1-\pi_L$
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

Si hay un EN necesariamente $\pi_L = 3(1 - \pi_L) \Rightarrow \pi_L = 3/4$; i*.e.* cómo B mezcla Left y Right debe hacer a A indiferente entre elegir Up o Down.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, 1-π_U	**(0,5)**	**(3,2)**

Si hay un EN necesariamente $\pi_L = 3(1 - \pi_L) \Rightarrow \pi_L = 3/4$; i*.e.* cómo B mezcla Left y Right debe hacer a A indiferente entre elegir Up o Down.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

$2\pi_U + 5(1 - \pi_U)$.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** π_U	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, $1-\pi_U$	**(0,5)**	**(3,2)**

$2\pi_U + 5(1 - \pi_U)$.
$4\pi_U + 2(1 - \pi_U)$.

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, 2/5	**(0,5)**	**(3,2)**

$$2\pi_U + 5(1 - \pi_U) = 4\pi_U + 2(1 - \pi_U) \Rightarrow \pi_U = 3/5;$$

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)**	**(0,4)**
	D, 2/5	**(0,5)**	**(3,2)**

El único EN para A consiste en jugar la estrategia mixta (3/5, 2/5) y para B jugar la estrategia mixta (3/4, 1/4).

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)**
	D, 2/5	**(0,5)**	**(3,2)**

El resultado será (1,2) con probabilidad

$$3/5 \times 3/4 = 9/20.$$

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)** 3/20
	D, 2/5	**(0,5)**	**(3,2)**

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)** 3/20
	D, 2/5	**(0,5)** 6/20	**(3,2)**

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)** 3/20
	D, 2/5	**(0,5)** 6/20	**(3,2)** 2/20

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)** 3/20
	D, 2/5	**(0,5)** 6/20	**(3,2)** 2/20

El resultado esperado del EN para A es

$$1\times 9/20 + 3\times 2/20 = 3/4.$$

Estrategias Mixtas

		B	
		L, 3/4	**R,** 1/4
A	**U,** 3/5	**(1,2)** 9/20	**(0,4)** 3/20
	D, 2/5	**(0,5)** 6/20	**(3,2)** 2/20

El resultado esperado del EN para A es

$$1\times 9/20 + 3\times 2/20 = 3/4.$$

El resultado esperado del EN para B es

$$2\times 9/20 + 4\times 3/20 + 5\times 6/20 + 2\times 2/20 = 16/5.$$

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

¿Qué par de estrategias es la más probable?

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

Si Bonnie guarda silencio, lo mejor para Clyde es confesar.

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

Si Bonnie guarda silencio, lo mejor para Clyde es confesar

Si Bonnie confiesa, lo mejor para Clyde es confesar.

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

No importa lo que Bonnie haga. La mejor respuesta para Clyde es confesar. Confesar es una **estrategia dominante** para Clyde

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

Confesar es también una **estrategia dominante** para Bonnie.

El Dilema del Prisionero

		Clyde	
		S	**C**
Bonnie	**S**	**(-5,-5)**	**(-30,-1)**
	C	**(-1,-30)**	**(-10,-10)**

El único EN es (C,C), aunque (S,S) mejora a Bonnie y Clyde. El único EN es ineficiente en el sentido de Pareto.