UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Departamento de Matemáticas

E.T.S.I.T.
PRIMER CURSO
CÁLCULO – 30.Enero.2006 – 9 horas
CONVOCATORIA ORDINARIA
Profesores A. Plaza y K. Sadarangani

INSTRUCCIONES

1. Colocar el **DNI** en lugar visible. Escribir nombre y apellidos en todas las hojas.
2. No está permitido salir de clase durante el examen. No se permite el uso de calculadora.
3. Todas las preguntas puntúan por igual

1.- Resolver la ecuación $\cos 3z = 3$.

2.- Sea $\mathbb{Z}$ el conjunto de los números enteros. Hallar $\overset{\circ}{\mathbb{Z}}$, $\operatorname{Ext}\mathbb{Z}$ y $\operatorname{Fr}\mathbb{Z}$.

3.- Hallar $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{e^3 + e^{3/2} + \ldots + e^{3/n}}{\cos(\pi/4) + \cos(\pi/5) + \ldots + \cos(\pi/(4+n))}$.

4.- Hallar los valores de a para los que la serie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(a+2)^{2n}}{3^n}$ es convergente.

5.- Estudiar la continuidad, existencia de derivadas parciales y diferenciabilidad en el origen de la función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y^3}{x^2 + y^2}, & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & si\ \ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

6.- Demostrar que el sistema:

$$\left.\begin{aligned} xz^3 + yu + 2x &= 1 \\ 2xy^3 + u^2 z + 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$$

define a x y a y como funciones implícitas $x = x(z,u)$ e $y = y(z,u)$ de z y u, en un entorno de $P_0(z_0, u_0, x_0, y_0) = P_0(0,1,0,1)$. Hallar además, el plano tangente a la superficie $x = x(z,u)$ en un entorno del punto P_0.

7.- En la ecuación $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$, cambiar las variables independientes x e y por u y v, dadas por $\left.\begin{aligned} u &= ax + ay \\ v &= ax - ay \end{aligned}\right\}$, con $a > 0$.

8.- Hallar los extremos relativos de $f(x,y) = 2x^2 - 4xy + y^4 - 1$.