UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA
Departamento de Matemáticas

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA ORDINARIA
30.01.07 – 16.00 horas

TIEMPO ESTIMADO: 2'5 horas

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN

Escribir nombre y apellidos en todas las hojas. Colocar el **DNI** en lugar visible.
No está permitido salir durante el examen. No se permite el uso de calculadora
Deja tu dirección de e-mail si quieres recibir la calificación por e-mail.

(1.5 p.) **1** Resolver el problema de valor inicial $xz_x + xyz_y = z^2$ con $z=1$ sobre la curva inicial $y = x^2$.

(2.0 p.) **2** Resuélvase por el método de separación de variables el siguiente problema: $u_t = u_{xx} - \operatorname{sen} \pi x,\ 0 < x < 1;\ t > 0$, con condiciones de contorno Dirichlet nulas y condición inicial: $u(x,0) = 2 \operatorname{sen} 4\pi x;\ 0 < x < 1$.

(2.0 p.) **3** **a)** Hallar el desarrollo de Laurent de la función $f(z) = \dfrac{1}{z(z-1)(z-2)}$ en la región $1 < |z| < 2$.

b) Sea $f(z)$ una función entera tal que $\left| f^{(n)}(0) \right| \le 1$ para todo $n \ge 0$. Demostrar que $|f(z)| \le e^{|z|}$ para todo $z \in \mathbb{C}$.

(2.0 p.) **4** Calcular las siguientes integrales mediante integración en el plano complejo:

a) $\dfrac{1}{2\pi i} \displaystyle\int_{|z|=1} \bar{z} z^{\ell} \bar{z}^{k}\, dz$, según los valores de ℓ y k, **b)** $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{\left(x^2+4\right)^2}$.

(1.5 p.) **5** Demostrar el teorema de convolución para la transformada de Laplace. Indicar la región de convergencia de la transformada de la convolución.

(1.0 p.) **6** Dar el teorema de desplazamiento en el tiempo de la transformada z unilateral. Aplicarlo para resolver el siguiente problema de valor inicial:

$$y[n] - 3y[n-1] = x[n]$$
$$x[n] = 1 \text{ para } n \ge 0$$

Con condición inicial $y[-1] = 2$.

Publicación de las notas: viernes 2 de febrero, en la web:
http://geminis.dma.ulpgc.es/~aplaza/ficheros/ampliacion/ampl_calificaciones.htm
Revisión de exámenes: lunes 5 y martes 6 de febrero de 9 a 10 h. en el despacho D-39 del Edificio de Matemáticas e Informática