Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO/CURSO de ACCESO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS / MATEMÁTICAS
EXAMEN DE CONVOCATORIA– 30.06.01
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: 2 horas, 20 minutos

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN

1. Colocar el **DNI** en lugar visible.
2. No está permitido salir de clase durante el examen.
3. El alumno tampoco podrá abandonar su asiento: si necesita más folios, o desea hacer alguna pregunta al profesor, debe levantar el brazo.
4. No se permite el uso de calculadora.
5. Comenzar cada ejercicio en hoja aparte. Escribir nombre y apellidos en todas las hojas.

(2.0 p.) **1.-** Resuélvase el problema de valor inicial siguiente. Justificar si la solución del problema es única.

$zz_x + yz_y = x$, siendo $z = 2t$ sobre la curva inicial C: $x = t,\ y = 1;\ -\infty < t < +\infty$

(2.0 p.) **2.-** Demuéstrese la unicidad de solución del problema de la ecuación de ondas con condiciones de frontera homogéneas:

$c^2 u_{xx} = u_{tt},\ 0 < x < \ell;\ t > 0$ y condiciones iniciales: $u(x,0) = f(x);\ 0 < x < \ell,$ y $u_t(x,0) = g(x);\ 0 < x < \ell$. Considérese el funcional de energía:

$$I(t) = I(t,w) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\ell} \left(w_x^2 + \frac{1}{c^2} w_t^2 \right) d\,x$$

(1.5 p.) **3.-** Sea la función de variable compleja $f(z)$ tal que la función $g(z) = (z^3+1) f(z)$ es holomorfa en todo el plano complejo. ¿Cuánto vale $f(i)$ sabiendo que $g(z)$ está acotada en $\forall$ y que $\lim_{z \to -1} (z^3+1) f(z) = 1$? Estudiar además en qué región es analítica la función $f(z)$.

(1.0 p. + 1.5 p.) **4.-** a) Definir convolución de dos señales de tiempo continuo. Dar el teorema de la convolución de la transformada de Fourier y demostrarlo.

b) Definir convolución de dos señales de tiempo discreto. Dar el teorema de la convolución de la transformada Z y demostrarlo.

(2.0 p.) **5.-** Hallar mediante integración en el campo complejo la integral:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\cos bx}{x^2 + a^2}\, dx$$

siendo $a > 0,\ b \geq 0,\ a, b \in R.$

Las notas serán publicadas el Lunes 2 de julio.
Los exámenes pueden verse el Martes 3 y el Miércoles 4 de Julio de 10 a 11.30 horas en el despacho D-39 del Edificio de Matemáticas e Informática.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO/CURSO de ACCESO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS / MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 01.09.01
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: 2 horas, 30' (en dos partes de 1 hora, 15'; con descanso de 10 minutos)

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN

1. Colocar el **DNI** en lugar visible.
2. No está permitido salir de clase durante el examen.
3. El alumno tampoco podrá abandonar su asiento: si necesita más folios, o desea hacer alguna pregunta al profesor, debe levantar el brazo.
4. No se permite el uso de calculadora.
5. Comenzar cada ejercicio en hoja aparte. Escribir nombre y apellidos en todas las hojas.

PRIMERA PARTE

(2.0 p.) **1.-** Responder a **una** de las dos cuestiones siguientes:

a) Dar un ejemplo (si es posible, o en caso contrario demostrar que no existe) de una función holomorfa en todo el plano y tal que sus derivadas en el punto $1+i$, sean $f^{(n}(1+i)=2^n$.

b) Dar razonadamente un ejemplo (o demostrar que no existe) de una función f holomorfa en todo el plano complejo y tal que el conjunto $Z(f)=\{z \text{ tal que } f(z)=0\}$ sea vacío.

(3.0 p.) **2.-** Resuélvase por el método de Fourier el siguiente problema:

$u_t = u_{xx} + sen\pi x,\ 0<x<1;\ t>0$, con condiciones de contorno nulas y condiciones iniciales: $u(x,0)=1;\ 0<x<1$.

SEGUNDA PARTE

(2.0 p.) **3.-** Aplicar la integración en el plano complejo para hallar:

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1} dx$$

(2.0 p.) **4.-** Usar la transformada z para resolver el siguiente sistema de ecuaciones (ecuaciones en diferencias):

$$\left.\begin{array}{r} t[n] = at[n-1] \\ f[n] = bf[n-1] + ct[n-1] \end{array}\right\}$$, donde las sucesiones son causales (una sucesión $x[n]$ es causal si $x[n] = 0,$ para $n < 0$) y se tienen condiciones iniciales $t[0] = t_0$ y $f[0] = f_0$.

(1.0 p.) **5.-**Considerar el problema de valor inicial

$zz_x + yz_y = z$, siendo $z =$ constante sobre la curva inicial

C: $x = t,\ y = t;\ 0 < t < +\infty$. Determinar si el problema tiene solución y cuántas.

Las notas serán publicadas el Lunes 3 de septiembre.
Los exámenes pueden verse el Martes 4 y el Miércoles 5 de septiembre de 10 a 11.30 horas en el despacho D-39 del Edificio de Matemáticas e Informática.