Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO/CURSO de ACCESO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS / MATEMÁTICAS
EXAMEN INTERMEDIO – 04.12.01
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: 2 horas

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN

1. Colocar el **DNI** en lugar visible. No está permitido salir de clase durante el examen.
2. El alumno no puede abandonar su asiento: si necesita más folios, o desea hacer alguna pregunta al profesor, debe levantar el brazo.
3. No se permite el uso de calculadora.
4. Comenzar cada ejercicio en hoja aparte. Escribir nombre y apellidos en todas las hojas.

(2.0 p.) **1.-** Resolver el problema de valor inicial siguiente y justificar si la solución del problema es única.

$yz_x + xz_y = 2xyz$, siendo $z = t^2$ sobre la curva inicial C: $x = t,\ y = t;\ 0 < t < +\infty$

(2.0 p.) **2.-** Demostrar la unicidad de solución del problema de la ecuación de ondas con condiciones de frontera homogéneas:
$c^2 u_{xx} = u_{tt},\ 0 < x < L;\ t > 0$ y condiciones iniciales: $u(x,0) = f(x);\ 0 < x < L,$ y $u_t(x,0) = g(x);\ 0 < x < L$. Considerar el funcional:

$$I(t) = I(t,w) = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\ell} \left(w_x^2 + \frac{1}{c^2} w_t^2 \right) d\,x$$

(1.5 p.) **3.-** Considerar el siguiente problema de valor inicial para una ecuación en derivadas parciales de segundo orden con dos variables independientes:
$u_{tt} = u_x + u_{xx},\ 0 < x < L;\ t > 0$, con condiciones iniciales $u_t(x,0) = x$; y $u(x,0) = x^2$.
Encontrar la serie de Taylor de la función u alrededor del origen hasta el orden dos usando las condiciones iniciales y la EDP del problema.

(3.0 p.) **4.-** Deducir la distribución de temperatura $u(x,t)$ en una cuerda de longitud L ($u_t = u_{xx};\ 0 < x < L,\ 0 < t$) en la que la distribución inicial de temperatura viene dada por la función $\phi(x)$ (es decir $u(x,0) = \phi(x)$). ¿Cuál es el régimen estacionario de temperatura? ¿Cómo lo interpretas?

(1.5 p.) **5.-** Convergencia absoluta y convergencia condicional de series numéricas. Conceptos y principales resultados.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO/CURSO de ACCESO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS / MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA – 18.12.01
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: 2 horas, 30' (en dos partes de 1 hora, 15'; con descanso de 10 minutos)

INSTRUCCIONES PARA LA REALIZACIÓN DE ESTE EXAMEN

1. Colocar el **DNI** en lugar visible. No se permite el uso de calculadora.
2. No está permitido salir de clase durante el examen.

PRIMERA PARTE

1.- Responder a **una** de las dos cuestiones siguientes:

a) Dar un ejemplo (si es posible, o en caso contrario demostrar que no existe) de una función holomorfa en todo el plano y tal que sus derivadas en el punto $1+i$, sean $f^{(n}(1+i)=2^n$.

b) Dar razonadamente un ejemplo (o demostrar que no existe) de una función f holomorfa en todo el plano complejo y tal que el conjunto $Z(f)=\{z \text{ tal que } f(z)=0\}$ sea vacío.

(3.0 p.) 2.- Resuélvase por el método de Fourier el siguiente problema:

$u_t = u_{xx} + sen\pi x,\ 0<x<1;\ t>0$, con condiciones de contorno nulas y condiciones iniciales: $u(x,0)=1;\ 0<x<1$.

SEGUNDA PARTE

(2.0 p.) 3.- Aplicar la integración en el plano complejo para hallar:

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+1}dx$$

(2.0 p.) 4.- Usar la transformada z para resolver el siguiente sistema de ecuaciones (ecuaciones en diferencias):

$$\left.\begin{array}{r} t[n]=at[n-1] \\ f[n]=bf[n-1]+ct[n-1] \end{array}\right\}$$

, donde las sucesiones son causales (una sucesión $x[n]$ es causal si $x[n]=0,$ para $n<0$) y se tienen condiciones iniciales $t[0]=t_0$ y $f[0]=f_0$.

(1.0 p.) 5.-Considerar el problema de valor inicial

$zz_x + yz_y = z$, siendo $z=$ constante sobre la curva inicial

C: $x=t,\ y=t;\ 0<t<+\infty$. Determinar si el problema tiene solución y cuántas.