Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
PRUEBA – 21.12.99
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: **2.0** Horas.

EXAMEN TIPO A

(2.5 p.) **1.-** Hallar el conjunto de convergencia de la serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\tfrac{1}{n}\right)^{n^2}\cdot(x-e)^n$$

(2.5 p.) **2.-** Resolver el sistema de ecuaciones de primer orden siguiente:

$$\frac{dx}{yz}=\frac{xdy}{x^2+z^2}=-\frac{dz}{xy}$$

(2.5 p.) **3.-** Resolver por el método de separación de variables: $u_t - u_{xx} + au = 0$, para

$0 < x < \pi$, $t > 0$ con las condiciones:

$$u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0, \quad \text{para } t > 0$$

$$u(x,0) = x(\pi - x), \text{ para } 0 < x < \pi.$$

(2.5 p.) **4.-** Enunciar y demostrar el principio del máximo de las funciones armónicas. Utilizar para demostrar la unicidad de solución del problema de Dirichlet en un dominio acotado.

LAS NOTAS SERÁN PUBLICADAS DESPUÉS DE VACACIONES.
LA REVISIÓN DE EXÁMENES SE REALIZARÁ LOS PRIMEROS DÍAS DE TUTORÍAS EN HORARIO DE TUTORIAS (L-12-14, X-16-18, V-11-13) EN EL DESPACHO D-39 DEL EDIFICIO DE MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
ESPECIAL – 02.12.99
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: **2.0** Horas.

(2.0 p.) **1.-** Encontrrar la solución general de la ecuación:

$$x(y-z)u_x + y(z-x)u_y + x(x-y)u_z = 0$$

(2.0 p.) **2.-** Resolver por el método de Fourier el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
&u_{tt} - c^2 u_{xx} = F(x)\cos wt, \text{ para } 0 < x < \pi, t > 0\\
&u(x,0) = 0, \text{ para } 0 < x < \pi\\
&u_t(x,0) = 0, \text{ para } 0 < x < \pi\\
&u(0,t) = 0, \text{ para } t > 0\\
&u_x(\pi,t) = 0, \text{ para } t > 0
\end{aligned}$$

(2.0 p.) **3.-** Hallar, mediante métodos de variable compleja, la integral:

$$\int_0^\infty \frac{x^{1/2}}{1+x^2}$$

(2.0 p.) **4.-** Enunciar los dos teoremas de identidad para funciones analíticas.

(2.0 p.) **5.-** Resolver el siguiente problema de valor incial, mediante la transformada z unilateral:

$$y[n] + 3y[n-1] = x[n]; \text{ con } x[n] = \left(\tfrac{1}{2}\right)^n u[n], \text{ y con } y[-1] = 1$$

LAS NOTAS SERÁN PUBLICADAS MAÑANA A LAS 12.00 HORAS.
LA REVISIÓN DEL EXAMEN SE REALIZARÁ EL LUNES 13 DE 12 A 14 HORAS Y EL MIERCOLES 15 DE 10 A 14 A 16 HORAS EN EL DESPACHO D-39 DEL EDIFICIO DE MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
PRUEBA – 21.12.99
Profesor A. Plaza

TIEMPO ESTIMADO: **2.0** Horas.

EXAMEN TIPO B

(2.5 p.) **1.-** Hallar el conjunto de convergencia de la serie de potencias:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\tfrac{1}{n}\right)^{n^2}\cdot(x+e)^n$$

(2.5 p.) **2.-** Resolver el sistema de ecuaciones de primer orden siguiente:

$$-\frac{dx}{yz}=\frac{xdy}{x^2+z^2}=\frac{dz}{xy}$$

(2.5 p.) **3.-** Resolver por el método de separación de variables: $u_t - u_{xx} - au = 0$, para

$0 < x < \pi$, $t > 0$ con las condiciones:

$$u(0,t) = u_x(\pi,t) = 0, \quad \text{para } t > 0$$

$$u(x,0) = x\,(\pi - x), \text{ para } 0 < x < \pi.$$

(2.5 p.) **4.-** Enunciar y demostrar el principio del máximo de las funciones armónicas. Utilizar para demostrar la unicidad de solución del problema de Dirichlet en un dominio acotado.

LAS NOTAS SERÁN PUBLICADAS DESPUÉS DE VACACIONES.
LA REVISIÓN DE EXÁMENES SE REALIZARÁ LOS PRIMEROS DÍAS DE TUTORÍAS EN HORARIO DE TUTORIAS (L-12-14, X-16-18, V-11-13) EN EL DESPACHO D-39 DEL EDIFICIO DE MATEMÁTICAS E INFORMÁTICA.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

E.T.S.I.T. – 2º CURSO
AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS
PRUEBA – 06.09.99
Profesor A. Plaza

SOLUCIONES

(2.0 p.) 1.- Resolver el sistema de ecuaciones de primer orden siguiente:

$$\frac{ydx}{y^2+z^2}=\frac{dy}{xz}=-\frac{dz}{xy}$$

Véase el ejemplo 2.2 del **Zachmanoglou**, pág. 37. □

(2.0 p.) 2.- Resolver por el método de Fourier el siguiente problema:

$$u_{tt}+2au_t-c^2u_{xx}=0,\ \text{para } 0<x<\pi, t>0$$
$$u(x,0)=\operatorname{sen}^2 x,\ \text{para } 0<x<\pi$$
$$u_t(x,0)=0,\ \text{para } 0<x<\pi$$
$$u(0,t)=0,\ \text{para } t>0$$
$$u(\pi,t)=0,\ \text{para } t>0$$

Véase la solución en el **Weinberger**, pág. 121. □

(2.0 p.) 3.- Hallar la serie de Laurent en el origen de la función:

$$f(z)=\begin{cases}\dfrac{e^{az}-1}{z} & z\neq 0\\ a & z=0\end{cases}$$

Deducir el tipo de singularidad de la función en el origen.

Para hallar la serie de Laurent en el origen de la función se puede utilizar la serie de Taylor de la función $g(z)=e^{az}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(az)^n}{n!}$. De donde: $f(z)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(az)^{n-1}}{n!}$. Por tanto, se trata de una singularidad evitable, como se puede observar también si más que notar que el límite en el origen exite (es cero). □

(2.0 p.) 4.- Enunciar y relacionar el teorema de Cauchy para las derivadas y el teorema de Laurent.

(2.0 p.) 5.- Usando únicamente la definición de la transformada z, mostrar que si $X(z)$ es la transformada z de $x[n]$, entonces:

(a) $x^*[n]\xleftrightarrow{z}X^*(z^*)$

(b) $x[-n]\xleftrightarrow{z}X^*\left(\frac{1}{z}\right)$

(c) $\operatorname{Re}\{x[n]\}\xleftrightarrow{z}\frac{1}{2}\left[X(z)+X^*(z^*)\right]$